통계로 보는 역사학

Seongmin Mun

목차

- 단순 회귀분석

- 실습 데이터를 활용한 다중 회귀분석

단순 회귀분석(simple regression analysis)

회귀분석?

자연현상 혹은 사회현상이 변수들의 인과관계에 의해 발생할때, 이를 수학적으로 설명하기 위해 사용되는 통계적 방법들중의 하나가 회귀분석(Regression analysis)이다.

통계학에서, 회귀 분석(回歸 分析, 영어: regression analysis)은 관찰된 연속형 변수들에 대해 두 변수 사이의 모형을 구한뒤 적합도를 측정해 내는 분석 방법이다.

참고(#https://ko.wikipedia.org/wiki/%ED%9A%8C%EA%B7%80_%EB%B6%84%EC%84%9D)

실습문제1

다음은 오염된 물고기의 수은 섭취량과 혈액내 수은량에 대한 자료이다.

해당 자료를 활용하여 수은섭취량이 혈중수은량에 영향을 미치는지를 분석하시오.

```
> X <- c(18,20,23,41,60,55,27,58,10,25)
> Y <- c(9,12,12,29,31,29,17,37,7,10)
```

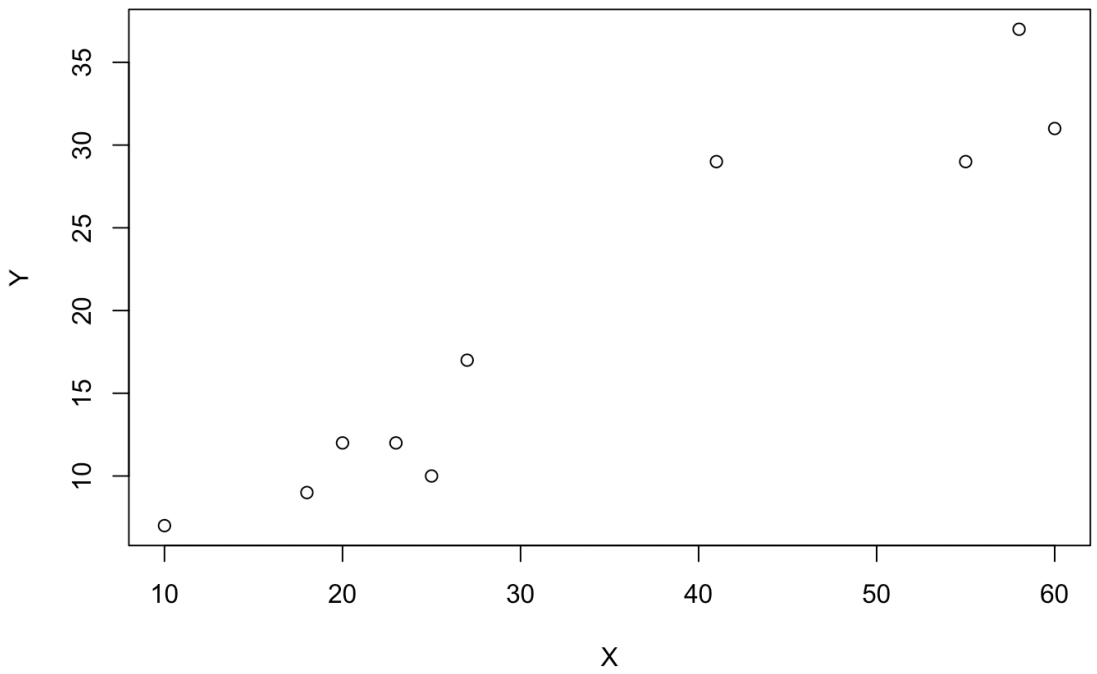
H_0(귀무가설) : 수은섭취량은 혈중수은량에 영향을 주지 않는다.

H_1(대립가설): 수은섭취량은 혈중수은량에 영향을 준다.

산점도 확인

두 변수는 서로 양의 상관이 있다.(양의 상관관계, 선형관계)

```
> plot(X,Y)
```



회귀분산분석표

회귀분산분석표: F값을 통해 회귀식의 유의성을 설명한다.

```
> lm.simple <- lm(Y~X)
> anova(lm.simple)
Analysis of Variance Table

Response: Y
          Df  Sum Sq Mean Sq F value    Pr(>F)
X          1 1005.83 1005.83  91.157 1.198e-05 ***
Residuals  8   88.27   11.03
---
Signif. codes:  0 ‘***’ 0.001 ‘**’ 0.01 ‘*’ 0.05 ‘.’ 0.1 ‘ ’ 1
```

회귀분산분석표

Source(요인)	DF(자유도)	SS(제곱합)	MS(평균제곱)	F(F값)
Reg(회귀)	K-1	SSR	MSR	F
Error(오차)	N-(K-1)-1	SSE	MSE	
total	N-1	SST		

SST(총제곱합, total sum of squares): Y의 관측값들이 가지는 총변동을 나타내는 제곱합
SSE(오차제곱합, error sum of squares): 잔차들의 제곱합으로 Y의 총변동 중 설명이 안 된 변동의 값
SSR(회귀제곱합, regression sum of squares): Y_i(Y의 개별값들)의 총변동 중 회귀식에 의해 설명된 변동값
MS(평균제곱, mean square): 제곱합을 자유도로 나눈값
MSR(회귀평균제곱, regression mean square)
MSE(오차평균제곱, error mean square)
F값

단순 회귀분석(simple regression analysis)

Source(요인)	DF(자유도)	SS(제곱합)	MS(평균제곱)	F(F값)
Reg(회귀)	K-1	SSR	MSR	F
Error(오차)	N-(K-1)-1	SSE	MSE	
total	N-1	SST		

$$SST = \sum Y_i^2 - \frac{\left(\sum Y_i\right)^2}{n}$$

$$SSR = \frac{\left(\sum X_i Y_i - \frac{\sum X_i \sum Y_i}{n}\right)^2}{\sum X_i^2 - \frac{\left(\sum X_i\right)^2}{n}}$$

SSE = SST - SSR

MSR = SSR / K-1

MSE = SSE / (n-(k-1)-1)

F = MSR / MSE

요인값 검증하기

SSR(회귀제곱합, regression sum of squares)

```
> SSR<-function(X,Y){
+   XY<-NULL
+   X2<-NULL
+   for(i in 1:length(X)){
+     out1<-X[i]*Y[i]
+     out2<-X[i]*X[i]
+     XY<-c(XY,out1)
+     X2<-c(X2,out2)
+   }
+   outnum<-((sum(XY)-((sum(X)*sum(Y))/(length(X))))^2)/(sum(X2)-((sum(X)^2)/length(X)))
+   return(outnum)
+ }
>
> ssr<-SSR(X,Y)
> ssr
[1] 1005.828
```

요인값 검증하기

SST(총제곱합, total sum of squares)

```
> SST<-function(Y){
+   YY<-NULL
+   for(i in 1:length(Y)){
+     out<-Y[i]*Y[i]
+     YY<-c(YY,out)
+   }
+   outnum<-(sum(YY)-(length(Y)*(mean(Y)^2)))
+   return(outnum)
+ }
>
> sst<-SST(Y)
> sst
[1] 1094.1
```

요인값 검증하기

```
> #SSR(회귀제곱합, regression sum of squares)
> sse<-sst-ssr

> #회귀자유도
> dfr <- 2-1

> #오차자유도
> dfe <- 10-dfr-1

> #MSR(회귀평균제곱, regression mean square)
> msr<-ssr/dfr

> #MSE(오차평균제곱, error mean square)
> mse<-sse/dfe


> #F_value(F값)
> fvalue<-msr/mse
```

F분포표

$\alpha = 0.05$

ν_2 \ ν_1	1
1	161.4
2	18.51
3	10.13
4	7.71
5	6.61
6	5.99
8	5.32

$\alpha = 0.05$

ν_2 \ ν_1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30	40	60	120	∞
1	161.4	99.5	215.7	224.6	230.2	234.0	236.8	238.9	240.5	241.9	243.9	245.9	248.0	249.1	250.1	251.1	252.2	253.3	254.3
2	18.51	9.00	19.16	19.25	19.30	19.33	19.35	19.37	19.38	19.40	19.41	19.43	19.45	19.45	19.46	19.47	19.48	19.49	19.50
3	10.13	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81	8.79	8.74	8.70	8.66	8.64	8.62	8.59	8.57	8.55	8.53
4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00	5.96	5.91	5.86	5.80	5.77	5.75	5.72	5.69	5.66	5.63
5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77	4.74	4.68	4.62	4.56	4.53	4.50	4.46	4.43	4.40	4.36
6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10	4.06	4.00	3.94	3.87	3.84	3.81	3.77	3.74	3.70	3.67
7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68	3.64	3.57	3.51	3.44	3.41	3.38	3.34	3.30	3.27	3.23
8	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39	3.35	3.28	3.22	3.15	3.12	3.08	3.04	3.01	2.97	2.93
9	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18	3.14	3.07	3.01	2.94	2.90	2.86	2.83	2.79	2.75	2.71
10	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02	2.98	2.91	2.85	2.77	2.74	2.70	2.66	2.62	2.58	2.54
11	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.90	2.85	2.79	2.72	2.65	2.61	2.57	2.53	2.49	2.45	2.40
12	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.91	2.85	2.80	2.75	2.69	2.62	2.54	2.51	2.47	2.43	2.38	2.34	2.30
13	4.67	3.81	3.41	3.18	3.03	2.92	2.83	2.77	2.71	2.67	2.60	2.53	2.46	2.42	2.38	2.34	2.30	2.25	2.21
14	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.76	2.70	2.65	2.60	2.53	2.46	2.39	2.35	2.31	2.27	2.22	2.18	2.13
15	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.71	2.64	2.59	2.54	2.48	2.40	2.33	2.29	2.25	2.20	2.16	2.11	2.07
16	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.54	2.49	2.42	2.35	2.28	2.24	2.19	2.15	2.11	2.06	2.01
17	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.61	2.55	2.49	2.45	2.38	2.31	2.23	2.19	2.15	2.10	2.06	2.01	1.96
18	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.58	2.51	2.46	2.41	2.34	2.27	2.19	2.15	2.11	2.06	2.02	1.97	1.92
19	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.54	2.48	2.42	2.38	2.31	2.23	2.16	2.11	2.07	2.03	1.98	1.93	1.88
20	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.51	2.45	2.39	2.35	2.28	2.20	2.12	2.08	2.04	1.99	1.95	1.90	1.84
21	4.32	3.47	3.07	2.84	2.68	2.57	2.49	2.42	2.37	2.32	2.25	2.18	2.10	2.05	2.01	1.96	1.92	1.87	1.81
22	4.30	3.44	3.05	2.82	2.66	2.55	2.46	2.40	2.34	2.30	2.23	2.15	2.07	2.03	1.98	1.94	1.89	1.84	1.78
23	4.28	3.42	3.03	2.80	2.64	2.53	2.44	2.37	2.32	2.27	2.20	2.13	2.05	2.01	1.96	1.91	1.86	1.81	1.76
24	4.26	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	2.42	2.36	2.30	2.25	2.18	2.11	2.03	1.98	1.94	1.89	1.84	1.79	1.73
25	4.24	3.39	2.99	2.76	2.60	2.49	2.40	2.34	2.28	2.24	2.16	2.09	2.01	1.96	1.92	1.87	1.82	1.77	1.71
26	4.23	3.37	2.98	2.74	2.59	2.47	2.39	2.32	2.27	2.22	2.15	2.07	1.99	1.95	1.90	1.85	1.80	1.75	1.69
27	4.21	3.35	2.96	2.73	2.57	2.46	2.37	2.31	2.25	2.20	2.13	2.06	1.97	1.93	1.88	1.84	1.79	1.73	1.67
28	4.20	3.34	2.95	2.71	2.56	2.45	2.36	2.29	2.24	2.19	2.12	2.04	1.96	1.91	1.87	1.82	1.77	1.71	1.65
29	4.18	3.33	2.93	2.70	2.55	2.43	2.35	2.28	2.22	2.18	2.10	2.03	1.94	1.90	1.85	1.81	1.75	1.70	1.64
30	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.33	2.27	2.21	2.16	2.09	2.01	1.93	1.89	1.84	1.79	1.74	1.68	1.62
40	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.25	2.18	2.12	2.08	2.00	1.92	1.84	1.79	1.74	1.69	1.64	1.58	1.51
60	4.00	3.15	2.76	2.53	2.37	2.25	2.17	2.10	2.04	1.99	1.92	1.84	1.75	1.70	1.65	1.59	1.53	1.47	1.39
120	3.92	3.07	2.68	2.45	2.29	2.18	2.09	2.02	1.96	1.91	1.83	1.75	1.66	1.61	1.55	1.50	1.43	1.35	1.25
∞	3.84	3.00	2.60	2.37	2.21	2.10	2.01	1.94	1.88	1.83	1.75	1.67	1.57	1.52	1.46	1.39	1.32	1.22	1.00

회귀분산분석표

```
> lm.simple <- lm(Y~X)
> anova(lm.simple)
Analysis of Variance Table

Response: Y
          Df  Sum Sq Mean Sq F value    Pr(>F)
X          1 1005.83 1005.83  91.157 1.198e-05 ***
Residuals  8   88.27   11.03
---
Signif. codes:  0 ‘***’ 0.001 ‘**’ 0.01 ‘*’ 0.05 ‘.’ 0.1 ‘ ’ 1
```

F값(91.15688)이 F분포표의 F(1,8)=5.32보다 크므로 H_0를 기각하고 H_1을 받아들인다.

H_0(귀무가설) : 수은섭취량은 혈중수은량에 영향을 주지 않는다.
H_1(대립가설): 수은섭취량은 혈중수은량에 영향을 준다.

회귀분석 결과

```
> summary(lm.simple)

Call:
lm(formula = Y ~ X)

Residuals:
    Min      1Q  Median      3Q     Max
-4.2792 -2.2541 -0.2594  1.5192  5.4872

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) -0.14827    2.29187  -0.065     0.95
X            0.57710    0.06044   9.548  1.2e-05 ***
---
Signif. codes:  0 ‘***’ 0.001 ‘**’ 0.01 ‘*’ 0.05 ‘.’ 0.1 ‘ ’ 1

Residual standard error: 3.322 on 8 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.9193,    Adjusted R-squared:  0.9092
F-statistic: 91.16 on 1 and 8 DF,  p-value: 1.198e-05
```

단순 회귀분석(simple regression analysis)

```
Coefficients:
             Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) -0.14827    2.29187  -0.065     0.95
X            0.57710    0.06044   9.548  1.2e-05 ***
```

상수항의 p값은 0.95로 0.05 이상이고 X(수은섭취량)의 p값은 0.05이하이다.
X(수은섭취량)은 95%의 신뢰수준으로 Y(혈중수은량)에 영향을 미친다.

```
Residual standard error: 3.322 on 8 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.9193,    Adjusted R-squared:  0.9092
F-statistic: 91.16 on 1 and 8 DF,  p-value: 1.198e-05
```

회귀 모형에 대한 p값은 0.05이하이므로 회귀모형은 유의하다.
설명력은 0.9193로 91%의 설명력을 나타낸다.

```
> #R2(결정계수):회귀식의 설명력(유의성)을 나타내는 값
> R2<-ssr/sst ;
> R2
[1] 0.9193198
```

독립성 확인

```
> install.packages("lmtest")
trying URL 'https://cran.rstudio.com/bin/macosx/el-capitan/contrib/3.5/lmtest_0.9-36.tgz'
Content type 'application/x-gzip' length 348464 bytes (340 KB)
==================================================
downloaded 340 KB


The downloaded binary packages are in
        /var/folders/h4/hwr_1_hn7tz9zrwpjn9b6xcc0000gn/T//Rtmpygz7J0/downloaded_packages
> library(lmtest)
Loading required package: zoo

Attaching package: ‘zoo’

The following objects are masked from ‘package:base’:

    as.Date, as.Date.numeric

> dwtest(lm.simple)

        Durbin-Watson test

data:  lm.simple
DW = 2.1559, p-value = 0.5765
alternative hypothesis: true autocorrelation is greater than 0
```

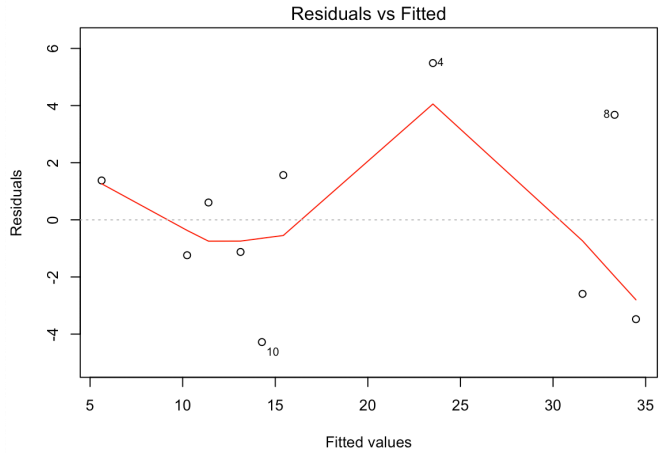
독립성 확인

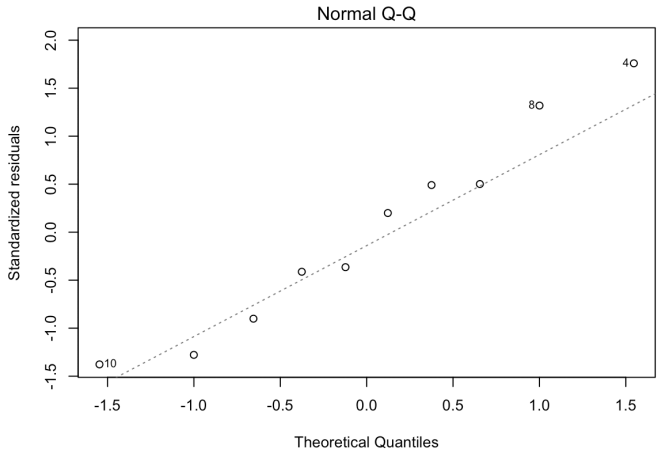
```
> dwtest(lm.simple)

        Durbin-Watson test

data:  lm.simple
DW = 2.1559, p-value = 0.5765
alternative hypothesis: true autocorrelation is greater than 0
```

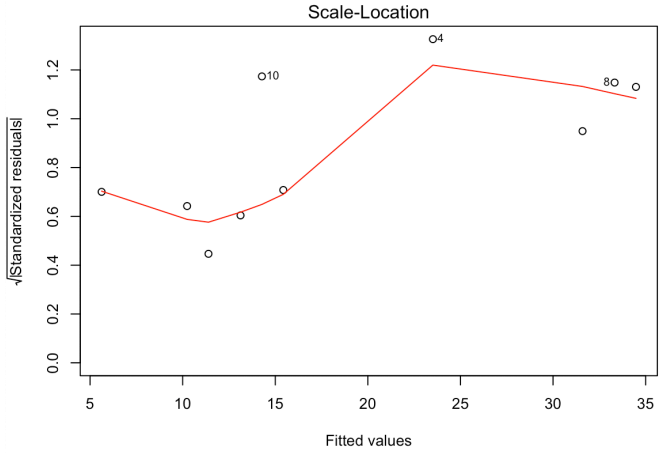
0-4사이에 존재해야하며 2에 가까울수록 독립성을 만족
Durbin-watson값이 2.1559이므로 독립성을 만족하고 있다.

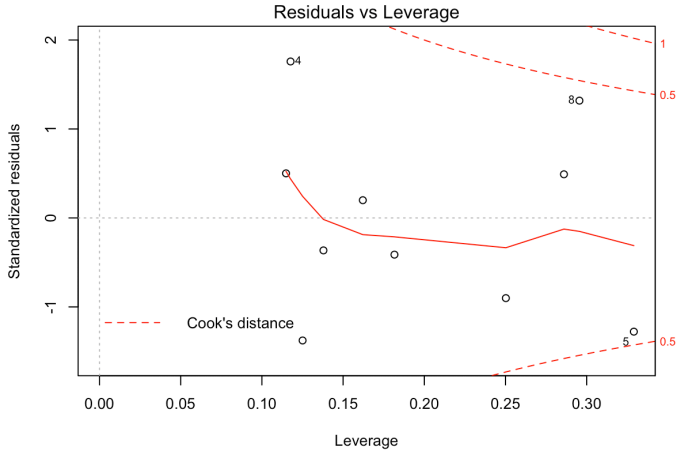
등분산성, 정규성 확인

```
> par(mfrow=c(2,2))
> plot(lm.simple)
```

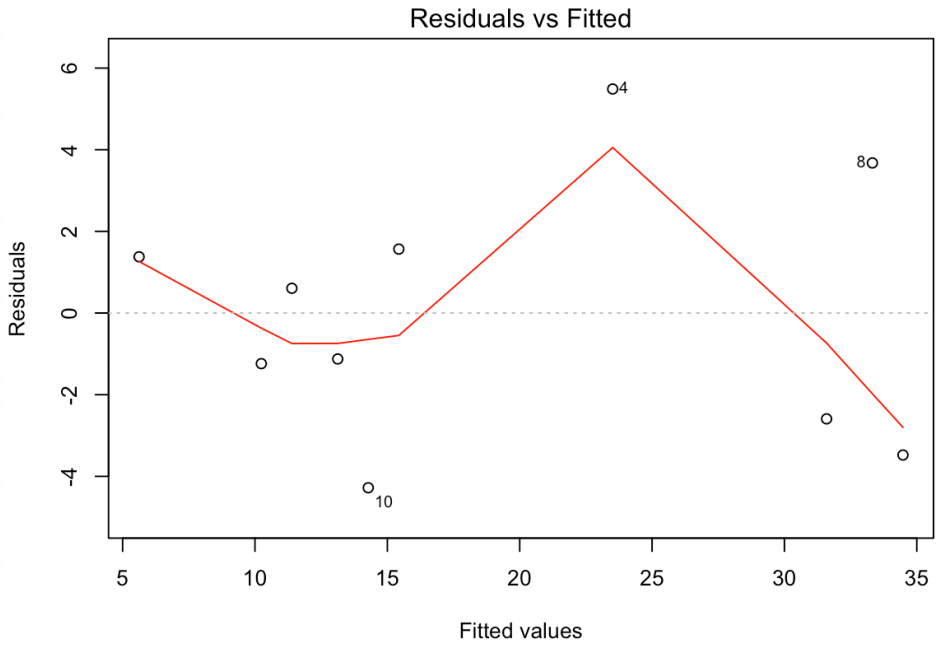






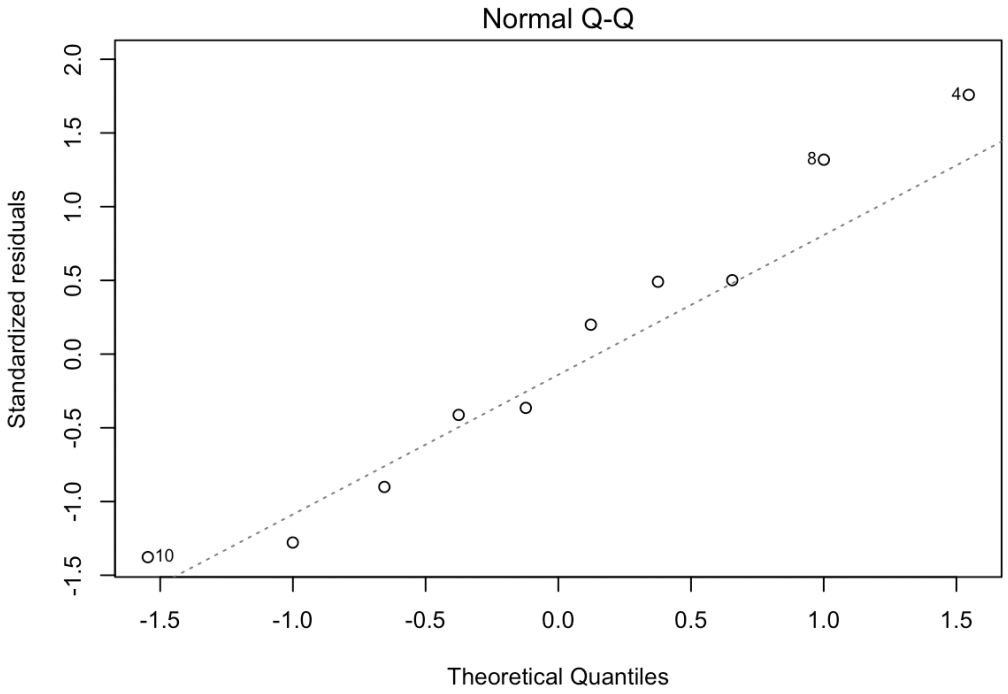


등분산성 확인 (잔차도표)



- 잔차값들이 고루퍼져 있어야함
- 잔차가 고루 퍼져있으므로 등분산성이 만족한다고 할 수 있다.

정규성 확인



- QQ도표는 직선의 형태를 띄므로 정규성도 만족한다.
- 10,8,4번자료가 이상치로 의심되므로 제거하고 분석하여 준다.

등분산성, 정규성 참고: http://webr4statistics.blogspot.com/2016/02/1.html

최종 회귀식

```
Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) -0.14827    2.29187  -0.065     0.95
X            0.57710    0.06044   9.548  1.2e-05 ***
```

- 최종 회귀식 : Y_i(혈중수은량) = 0.57710 * X(수은섭취량)

실습 데이터를 활용한 다중 회귀분석

실습데이터를 활용한 다중 회귀분석

- 데이터 확인하기

```
> str(Ann)
'data.frame':   300 obs. of  10 variables:
 $ X            : int  1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 ...
 $ number       : int  1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 ...
 $ last_name    : Factor w/ 39 levels "강","고","곽",..: 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 ...
 $ first_name   : Factor w/ 249 levels "가","가균","가봉",..: 221 160 199 36 165 88 53 152 185 208 ...
 $ string       : num  1 11 111 1111 11111 ...
 $ sex          : int  0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 ...
 $ grade        : int  10 6 1 1 1 1 1 1 1 1 ...
 $ final_period : int  1 1 2 2 3 3 4 5 6 6 ...
 $ line         : int  0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 ...
 $ compare_grade: int  0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 ...
```

-지난 시간 정제한 데이터를 활용하여 계급에 영향을 주는 변수와 그 관계를 회귀분석을 통해 검증하시오.

H_0 : 모든 독립변수는 종속변수에 영향을 주지 않는다.
H_1 : 적어도 하나의 독립변수는 종속변수에 영향을 준다.